OPRM 2017
Nível 2 (8º e 9º ensino fund.)
Primeira Fase
09/06/17 ou 10/06/17
Duração: 3 horas

Nome: ____________________

Escola: ____________________

Aplicador(a): ____________________

INSTRUÇÕES

- Escreva seu nome, o nome da sua escola e nome do **APLICADOR(A)** nos campos acima.

- Esta prova contém 5 páginas (incluindo esta página de capa) e 20 problemas. Verifique se existe alguma página ou exercício faltando e, em caso afirmativo peça ao **APLICADOR(A)** para trocar sua prova.

- Esta prova é individual e sem consulta à qualquer material.

- O uso de aparelhos eletrônicos, como celular, tablet, notebook e calculadora, não são permitidos no decorrer da prova.

- A duração da prova é de 3 horas. Após esse tempo você terá 10 minutos extras para o preenchimento do gabarito oficial.

- Após o término do preenchimento, entregue ao **APLICADOR(A)** o gabarito oficial com as respostas.

- Esta prova precisa ser entregue ao **APLICADOR(A)** caso tenha sido aplicada no dia **09/06/17**.

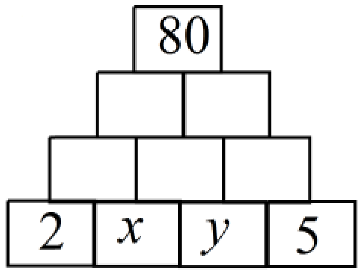
BOA PROVA!

1. Sejam a e b inteiros tais que $(a + b\sqrt{2})^2 = 41 + 24\sqrt{2}$. O valor de $a^2 + b^2$ é

   (A) 25 **(B)** 37 **(C)** 52 **(D)** $12 + 6\sqrt{2}$ **(E)** $25 - 12\sqrt{2}$

2. A soma de 27 inteiros consecutivos é 2646. A soma dos dígitos do menor destes inteiros é **(A)** 8 **(B)** 10 **(C)** 11 **(D)** 12 **(E)** 13

3. O número em cada caixa é o produto dos números nas duas caixas imediatamente abaixo dela. Neste caso o valor $x.y$ é:



   (A) 2 **(B)** 3 **(C)** 4 **(D)** 6 **(E)** 8

4. Considere a seguinte escada infinita de números

1			
2	3		
4	5	6	
7	8	9	10

...

   Qual é a soma dos números que aparecem na linha de número 100?

   (A) 1.000.100 **(B)** 1.000.000 **(C)** 500.000 **(D)** 500.050 **(E)** 5.000.050

5. Seja n um número inteiro. Se o dígito da dezena de n^2 é 7, então o dígito da unidade de n^2 é

   (A) 0 **(B)** 1 **(C)** 4 **(D)** 6 **(E)** 9

6. Sejam três números inteiros positivos a, b, c, distintos, menores ou iguais a 9. Se N é a soma de todos os números inteiros de três algarismos distintos que podem ser construídos usando como dígitos os números a, b, c, pode-se afirmar que:

   (A) N pode ser um quadrado perfeito

   (B) N é múltiplo de 9

   (C) O quociente da divisão de N por 36 pode ser 37

   (D) O maior valor possível para N é 5994

   (E) N pode ser 444

7. Quantas soluções inteiras, isto é, quantos pares ordenados (x, y) de números inteiros, satisfazem a equação $5x^2 + 5y^2 + 6x + 2y = 98$?

   (A) 0 **(B)** 1 **(C)** 2 **(D)** 3 **(E)** 5

8. Uma prova de matemática consiste de 30 problemas do tipo teste. Para quem faz esta prova a pontuação é calculada pela seguinte fórmula

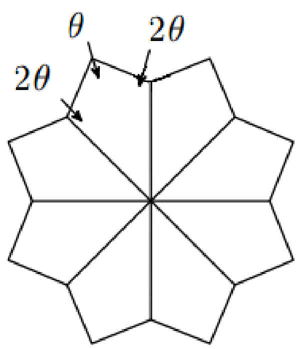
$$p = 30 + 4c - e$$

   onde p é a pontuação final do candidato, c é o número de questões corretas e e é o número de questões erradas. Se o candidato não fez alguma questão esta questão não é contada como errada.

   Marina fez esta prova de matemática e contou para João sua pontuação que foi maior que 80 pontos. Com esta informação João foi capaz de saber o número exato de questões que a Marina acertou. Caso Marina tivesse uma pontuação menor, mas ainda acima de 80 pontos, João não seria capaz de saber o número exato de questões que a Marina acertou. Com isso, a soma dos dígitos da pontuação final de Marina é

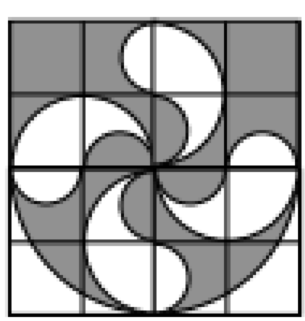
   (A) 7 **(B)** 9 **(C)** 11 **(D)** 12 **(E)** 15

9. Se oito pipas idênticas forem arranjadas de forma a formar a figura abaixo, então o ângulo θ é igual a:



   (A) 45° **(B)** 52° **(C)** 60° **(D)** 63° **(E)** 70°

10. A figura abaixo representa o emblema do clube de futebol do Antônio. O emblema é de duas cores e está dividido em 16 quadrados com 1 cm de lado, onde estão traçadas algumas semicircunferências. Qual é a área, em cm^2, da região cinza?



   (A) 12π **(B)** $8\pi + 2$ **(C)** 12 **(D)** 8 **(E)** Nenhuma das anteriores

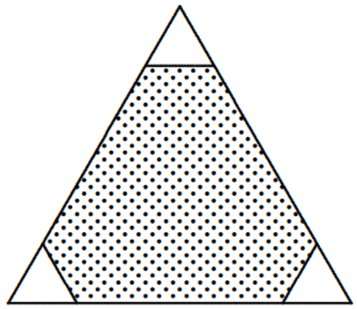
11. A soma dos dígitos do número $10^{2017} - 2017$ é

(A) 27 **(B)** 7.984 **(C)** 18.144 **(D)** 18.153 **(E)** Nenhuma das anteriores

12. Na equação $(10^{12} + 25.000)^2 - (10^{12} - 25.000)^2 = 10^n$ qual é o valor de n?

(A) 10 **(B)** 12 **(C)** 14 **(D)** 16 **(E)** 17

13. De um triângulo equilátero de perímetro 75cm são retirados triângulos equiláteros de 5cm de lado como mostra a figura abaixo. O perímetro da figura resultante é



(A) 45 cm **(B)** 55 **(C)** 60 cm **(D)** 65 cm **(E)** 210 cm

14. Samuel escreveu o número 3 no quadro negro. Depois ele apagou este número e escreveu o seu quadrado, o número 9. Depois ele apagou este número e escreveu seu quadrado, o número 81. Se ele faz este processo 2017 vezes, o dígito da unidade do último número escrito no quadro é

(A) 1 **(B)** 5 **(C)** 6 **(D)** 9 **(E)** Nenhuma das anteriores

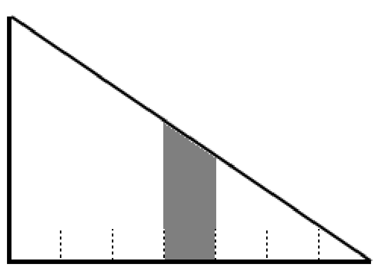
15. Duas jarras iguais (mesmo volume), estão cheias com uma mistura de álcool e água na proporção 3 : 7 na primeira jarra e de 3 : 5 na segunda. Juntando-se o conteúdo das duas jarras, qual a proporção de álcool e água que obteremos na mistura:

(A) 1 : 2 **(B)** 36 : 35 **(C)** 18 : 35 **(D)** 27 : 53 **(E)** 19 : 51

16. Ao escrever todos os números naturais de 1 até 1000, o número de vezes que foi escrito o dígito 5 é

(A) 220 **(B)** 250 **(C)** 271 **(D)** 280 **(E)** 300

17. O quintal do Sr. Joaquim tem a forma de um triângulo retângulo e está dividido em sete canteiros de igual largura, como se indica na figura. A área do quintal é 21 m^2. Qual e a área do canteiro sombreado?



(A) $5,5$ **(B)** 6 **(C)** 3 **(D)** $3,5$ **(E)** $\frac{7}{3}$

18. Em uma certa ilha há apenas dois tipos de pessoas: as que dizem sempre a verdade e as que dizem sempre mentira. Três moradores da ilha, Andrea, Bárbara e Carlos, estavam conversando entre si. Andrea disse "Bárbara sempre fala a verdade". Bárbara disse "Andrea e Carlos sempre dizem a verdade". Carlos disse "A Andrea mente". Podemos afirmar que:

    (A) Os três dizem a verdade

    (B) Andrea e Bárbara dizem a verdade e Carlos mente

    (C) Andrea diz a verdade, e Bárbara e Carlos mentem

    (D) Andrea e Bárbara mentem e Carlos diz a verdade

    (E) Os três mentem

19. Em um certo planeta o número de dias em uma semana é o mesmo número de semanas em um mês, que por sua vez também é o mesmo número de meses em um ano. Se neste planeta existem 1000 dias em um ano quantos dias existem em uma semana?

    (A) 10 **(B)** 12 **(C)** $\frac{100}{3}$ **(D)** 100 **(E)** Nenhuma das anteriores

20. Se n é um inteiro positivo, qual(is), das seguintes afirmações sobre o número $(1+n^3+n^6+n^9)$ é (são) sempre verdadeira(s)?

    I. $(1+n^3+n^6+n^9)$ é um quadrado perfeito

    II. $(1+n^3+n^6+n^9)$ é um número composto

    III. $(1+n^3+n^6+n^9)$ é um número par

    (A) Apenas I.

    (B) Apenas I. e II.

    (C) Todas são verdadeiras

    (D) Apenas II.

    (E) Nenhuma é verdadeira