

The motion of a fluid-rigid ball system at the zero limit  
of the ball radius

**Ana Leonor Silvestre**

Instituto Superior Técnico, Technical University of Lisbon, Portugal  
Ana.Silvestre@math.ist.utl.pt

**Abstract**

We consider the limiting motion of a system of a rigid  $d$ -dimensional ball moving in a Navier-Stokes fluid flow in  $R^d$  ( $d = 2; 3$ ) as the radius of the ball goes to zero. Recently, Masoumeh Dashti and James C. Robinson solved this problem in the case  $d = 2$ , in the absence of rotation of the ball [Arch. Rational Mech. Anal. 200 (2011) 285 - 312]. This restriction was caused by the difficulty in obtaining appropriate uniform bounds on the second order derivatives of the fluid velocity when the particle can rotate. In this talk, we show how we have obtained the required uniform bounds on the velocity fields in the case  $d = 3$ . These estimates then allow to pass to the zero limit of the ball radius and show that the solution of the coupled system converges to the solution of the Navier-Stokes equations describing the motion of only fluid in the whole space. The trajectory of the centre of the ball converges to a fluid particle trajectory, which justifies the use of rigid tracers for finding Lagrangian paths of fluid flow. This is joint work with Takéo Takahashi (INRIA Nancy - Grand Est, France).

Movimento de um sistema fluido-bola rígida quando o  
raio da bola tende para zero

**Ana Leonor Silvestre**

Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Portugal  
Ana.Silvestre@math.ist.utl.pt

**Resumo**

Consideramos o movimento uma bola rígida  $d$ -dimensional imersa num fluido de Navier-Stokes em  $R^d$  ( $d = 2; 3$ ) e estudamos o limite deste sistema quando o raio da bola tende para zero. Recentemente, Masoumeh Dashti e James C. Robinson resolveram este problema no caso  $d = 2$ , na ausência de rotação da bola [Arch. Rational Mech. Anal. 200 (2011) 285 - 312]. Esta restrição foi causada pela dificuldade em obter estimativas uniformes adequadas para as derivadas de segunda ordem da velocidade do fluido no caso em que a partícula pode girar. Nesta palestra, vamos mostrar como obtivemos tais estimativas para os campos de velocidade no caso  $d = 3$ . Estas estimativas permitem passar ao limite para zero no raio da esfera e mostrar que a solução do sistema acoplado converge para a solução das equações de Navier-Stokes que descrevem o movimento de fluido em todo o espaço. A trajetória do centro da esfera converge para a trajetória de uma partícula de fluido, o que justifica o uso de traçadores rígidos para encontrar caminhos Lagrangeanos no escoamento de um fluido. Este é um trabalho conjunto com Takéo Takahashi (INRIA Nancy - Grand Est, França).

Solução numérica de EDPs: aplicações em escoamentos de fluidos viscoelásticos

**Cassio Oishi**

UNESP/Presidente Prudente, Brasil  
cassiooishi@gmail.com

### **Abstract**

Nesta palestra, vamos discutir alguns métodos numéricos utilizados para solução de escoamentos de fluidos viscoelásticos. Em particular, nesta classe de escoamentos, uma equação hiperbólica é utilizada para modelar o comportamento do fluido não-newtoniano. Além disso, analisaremos uma metodologia numérica para solução das equações de Navier-Stokes combinadas com condições de contorno do tipo superfície livre. Finalmente, resultados computacionais de simulações complexas como, por exemplo, escoamentos de jatos, serão apresentados.

# Propriedades das soluções da equação de Benjamin-Ono e Generalizações

**Felipe Linares**

IMPA, Rio de Janeiro, Brasil  
linares@impa.br

## **Abstract**

Nesta palestra discutiremos algumas propriedades das soluções dos problemas de Cauchy associados às equações de Benjamin-Ono (BO) e de Benjamin-Ono com dispersão generalizada (DGBO). Na primeira parte da apresentação mostraremos que os resultados de unicidade obtidos em [1] não se estendem a qualquer par de soluções não nulas da equação BO. Também provaremos que os resultados obtidos em [1] relacionados à unicidade sob uma hipótese envolvendo três tempos diferentes não pode ser relaxada a dois tempos diferentes. Na segunda parte da palestra apresentaremos alguns resultados de continuação única para soluções do problema de Cauchy associado à equação DGBO. Se o tempo permitir, finalizaremos apresentando resultados de boa colocação local para o problema de Cauchy associado à equação DGBO em espaços com peso via o princípio de contração.

## **Referências**

[1] G. Fonseca and G. Ponce, The IVP for the Benjamin-Ono equation in weighted Sobolev spaces, J. Funct. Anal. 260 (2011), pp. 436-459.

---

Em colaboração com: German Fonseca (UNAL), Gustavo Ponce (UCSB)

Um panorama sobre o estudo da desigualdade de Gagliardo-Nirenberg ótima  
em variedades Riemannianas

**Jurandir Ceccon**

Universidade Federal do Paraná  
ceccon@ufpr.br

**Abstract**

Neste seminário iremos considerar uma variedade Riemanniana compacta  $(M; g)$ , sem bordo e dimensão  $n \geq 2$ . O objeto de estudo será a desigualdade de Gagliardo-Nirenberg. Esta desigualdade em  $(M; g)$  tem a forma

$$\left( \int_M |u|^r dv_g \right)^{\frac{p}{r\theta}} \leq \left( A \int_M |\nabla_g u|_g^p dv_g + B \int_M |u|^p dv_g \right) \left( \int_M |u|^q dv_g \right)^{\frac{p(1-\theta)}{\theta q}} \quad (1)$$

sendo  $D^{p,q}(M)$ ,  $1 < p < n$ ,  $1 \leq q < r < \frac{np}{n-p}$  e  $\theta$  um parâmetro de interpolação. A primeira melhor constante, associada a esta desigualdade, é definida como

$$A_{otm} = \inf \{A \in \mathbb{R}; \text{ existe } B \in \mathbb{R} \text{ tal que (1) é válida } \forall u \in D^{p,q}(M)\}.$$

O interesse nesta desigualdade, é investigar quando

$$\left( \int_M |u|^r dv_g \right)^{\frac{p}{r\theta}} \leq \left( A_{otm} \int_M |\nabla u|_g^p dv_g + B \int_M |u|^p dv_g \right) \left( \int_M |u|^q dv_g \right)^{\frac{p(1-\theta)}{\theta q}}$$

é válida, para toda função  $u \in D^{p,q}(M)$ .

Faremos um pequeno histórico sobre os avanços deste tipo de estudo e mostraremos um resultado que foi obtido em 2012 por Ceccon e Montenegro. Também iremos apresentar as principais técnicas envolvidas neste tipo de investigação.

# Global Solvability for Smooth Nonsingular Vector Fields in the Plane

**Alexandre Kirilov**

Universidade Federal do Paraná, Brasil  
akirilov@ufpr.br

## **Abstract**

We recall that Duistermaat and Hormander have demonstrated that a nonsingular smooth vector field  $X$  in a  $n$ -dimensional open manifold  $M$  is surjective if and only if it admits a global transversal section, namely a smooth hypersurface which is transversal to  $X$  at every point and cuts exactly once every of its integral trajectories.

We will prove that  $X$  is not surjective in the plane if and only if the geometrical condition – the existence of separatrix strips – holds. Next, for nonsurjective vector fields, we demonstrate that, in the equation  $Xu = f$ , if the right hand side  $f$  has at most infra-exponential growth in the separatrix strips, we can find a global weak solution  $L^1_{loc}$  near the boundaries of the separatrix strips.

Joint work with Todor Gramchev and Roberto DeLeo (Universita' di Cagliari)

**Tong Zhang**

Tenan University of Technology, China  
mathzhangtong@gmail.com

**Abstract**

In this report, we not only consider an a posteriori error estimates of finite volume method for the steady incompressible flow, including Stokes and Navier-Stokes equations, but also present a posteriori error estimates of finite element method for the transient Stokes problem. For the first aspect, by the techniques of a posteriori error estimates of finite element method and the properties of local bubble function, we derive the computable global upper and local lower bounds for the errors in energy norm. Furthermore, thanks to the dual argument, we present a reliable  $L^2$  posteriori error estimates for the velocity, some numerical examples are presented to verify the performances of the established error estimators. For the second aspect, by introducing the Stokes reconstructions (they are different in semidiscrete and fully formulation), we split the errors into two parts. One is the numerical solutions and the Stokes reconstructions solutions, we can obtain the a posteriori error estimates for this errors easily by following the proof of steady problem, and they are controlled by a posteriori quantities of optimal order. The other is the errors between true solution and Stokes reconstructions solutions. This is also a parabolic, but it is easier to be solved than the origin one (due to the different right hand terms). We can conclude a posteriori error estimates of the errors by the errors of numerical solutions and the Stokes reconstructions solutions (which we have proved). From the process of analysis, we can see that once an appropriate Stokes reconstruction is introduced, the analysis becomes quite clear and straightforward, in contrast with the approach of Eriksson and Johnson [SIAM J. Numer. Anal., 28 (1991) 43-77] and the method of Verfurth [ESAIM: Math. Model. Numer. Anal., 38 (2004) 437-455].