X SIMPÓSIO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS - 2017
UFPR - UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PPGMA - PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

HIPOELITICIDADE GLOBAL PARA UMA CLASSE DE OPERADORES PSEUDODIFERENCIAIS NO TORO

CLEBER DE MEDEIRA

Resumo

Nesse trabalho estudamos a *hipoeliticidade global* do operador

$$L = D_t + (a + ib)(t)P(D_x), \quad (t, x) \in \mathbb{T}^1 \times \mathbb{T}^N,$$

sendo $a(t)$ e $b(t)$ funções suaves a valores reais e $P(D_x)$ um operador pseudodiferencial definido no toro $\mathbb{T}^N \simeq \mathbb{R}^N/(2\pi\mathbb{Z}^N)$. O operador $P(D_x)$ é dado por

$$P(D_x) \cdot u = \sum_{\xi \in \mathbb{Z}^N} e^{ix\cdot\xi} p(\xi)\widehat{u}(\xi),$$

onde $p(\xi)$ é o símbolo de $P(D_x)$ e $\widehat{u}(\xi)$ são os coeficientes de Fourier de u.

Provamos que o operador pseudodiferencial L é globalmente hipoelítico sempre que a parte imaginária das funções $t \in \mathbb{T}^1 \mapsto \mathcal{M}(t, \xi) \doteq (a + ib)(t)p(\xi),\ \xi \in \mathbb{Z}^N$, não muda de sinal e $L_0 = D_t + (a_0 + ib_0)P(D_x)$ é globalmente hipoelítico, sendo a_0 e b_0 as médias das funções $a(t)$ e $b(t)$. Contudo, diferentemente do caso diferencial $P(D_x) = D_x$ com $N = 1$, a não mudança de sinal de $\Im\mathcal{M}(t, \xi) \doteq (a + ib)(t)p(\xi),\ \xi \in \mathbb{Z}^N$, não é uma condição necessária para a hipoeliticidade global de L.

Para o operador com coeficientes constantes L_0, estudamos de forma especial o caso unidimensional quando $P(D_x)$ é um operador homogêneo de grau racional. Estabelecemos conexões entre a hipoeliticidade e certas aproximações de números reais, que não são consideradas em [2].

Para o caso de coeficientes variáveis, uma das contribuições deste trabalho é mostrar que a hipoelipticidade global de L está relacionada com a velocidade de crescimento das partes real e imaginária do símbolo $p(\xi)$ quando $|\xi| \to \infty$.

Este trabalho foi realizado em colaboração com Alexandre Kirilov (UFPR), Fernando Ávila da Silva (UFPR) e Rafael Boro Gonzalez (UFPR).

Referências

[1] A. P. Bergamasco, *Remarks about global analytic hypoellipticity*, Trans. Amer. Math. Soc, 351 , n^{o} 4113–4126 (1999).

[2] S. Greenfield and N. R. Wallach, *Global hypoellipticity and Liouville numbers*, Proc. Amer. Ma Soc, 31 n^{o} 1, 112–114 (1972).

[3] J. Hounie , *Globally hypoelliptic and globally solvable first-order evolution equations*, Trans. Amer. Ma Soc, 252, 233–248 (1979).

[4] M. Ruzhansky, V. Turunen, *"Pseudo-Differential Operators and Symmetries, Background Analy and Advanced Topics"*, Birkhäuser, Berlin, Vol 2, 724 (2010).

Universidade Federal do Paraná

E-mail address: `clebermedeira@ufpr.br`