

PERTURBAÇÃO DE OPERADORES GLOBALMENTE HIPOELÍTICOS EM
VARIETADES COMPACTAS

FERNANDO DE ÁVILA SILVA

RESUMO

Neste trabalho apresentamos resultados obtidos no estudo da hipoeliticidade global para uma classe de perturbações de operadores do tipo

$$(1) \quad L \doteq D_t + C_x, \quad (t, x) \in \mathbb{T} \times M,$$

em que $\mathbb{T}$ denota o toro plano $\mathbb{R}/2\pi\mathbb{Z}$, M é uma variedade fechada (suave, compacta e sem bordo) e C_x é um operador linear, contínuo e pertencente ao comutador de um operador elíptico E definido em M , ou seja,

$$(2) \quad [C_x, E] = C_x \circ E - E \circ C_x = 0,$$

o que, em particular, implica na invariância de C_x sobre cada auto-espaço de E .

Mais especificamente, estudamos o seguinte problema: supondo que L satisfaz a condição

$$(GH) \doteq \begin{cases} Lu \in C^\infty(\mathbb{T} \times M) \\ u \in \mathcal{D}(\mathbb{T} \times M) \end{cases} \implies u \in C^\infty(\mathbb{T} \times M).$$

e que R_x é outro operador linear satisfazendo (2) então pretende-se investigar se o operador

$$P \doteq D_t + C_x + R_x,$$

também satisfaz (GH).

A principal ferramenta utilizada neste trabalho consiste em reduzir o estudo da regularidade das soluções da equação $Pu = f$ ao estudo do comportamento de soluções de sistemas de E.D.O's obtidos a partir das restrições

$$C_x : E_j \rightarrow E_j \quad \text{and} \quad R_x : E_j \rightarrow E_j,$$

sobre os auto-espaços E_j do operador elíptico E , sendo que tais soluções são exatamente os coeficientes de Fourier de u determinados por E .

Como uma interessante classe de exemplos, apresentamos algumas perturbações de operadores diferenciais, com coeficientes constantes, definidos em $\mathbb{T}^2$.

Trabalho em colaboração com Alexandre Kirilov - UFPR.

REFERÊNCIAS

- [1] DE ÁVILA SILVA, F., GRAMCHEV, T., KIRILOV, A., *Global Hypoellipticity for First-Order Operators on Closed Smooth Manifolds*, J. Anal. Math., to appear.
- [2] J. DELGADO, M. RUZHANSKY,, *Fourier multipliers, symbols and nuclearity on compact manifolds*, J. Anal. Math., to appear.
- [3] S. GREENFIELD, N. R. WALLACH, *Remarks on global hypoellipticity*, Trans. Amer. Math. Soc., 183, 153–164.
- [4] J. HOUNIE, *Globally hypoelliptic and globally solvable first-order evolution equations*, Trans. Amer. Math. Soc. 252, 233–248.
- [5] A. P. BERGAMASCO , *Perturbations of globally hypoelliptic operators*, J. Differential Equations 114 , no. 2, 513–526.

UFPR - UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

E-mail address: fernando.avila@ufpr.br