X SIMPÓSIO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS - 2017
UFPR - UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PPGMA - PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

CONTROLABILIDADE INTERNA EXATO APROXIMADO PARA O SISTEMA DE BRESSE TERMOELÁSTICO

JUAN AMADEO SORIANO PALOMINO

Resumo

O objetivo deste trabalho é obter a controlabilidade interna exato aproximado em (l_1, l_2), com $(l_1, l_2) \subset (0, L)$, para o sistema de Bresse termoelástico:

$$
(1)\left\{\begin{array}{l}
\rho_1\varphi_{tt} - k(\varphi_x + \psi + lw)_x + k_0 l(w_x - l\varphi) = f_1\chi_{(l_1,l_2)}, \quad em \quad (0,L)\times(0,T)\\
\rho_2\psi_{tt} - b\psi_{xx} + k(\varphi_x + \psi + lw) + \gamma\theta_x = f_2\chi_{(l_1,l_2)}, \quad em \quad (0,L)\times(0,T)\\
\rho_1 w_{tt} - k_0(w_x - l\varphi)_x + kl(\varphi_x + \psi + lw) = f_3\chi_{(l_1,l_2)}, \quad em \quad (0,L)\times(0,T)\\
\theta_t - k_1\theta_{xx} + m\psi_{xt} = 0, \quad em \quad (0,L)\times(0,T)\\
\varphi(0,t) = \varphi(L,t) = \psi(0,t) = \psi(L,t) = w(0,t) = w(L,t) = \theta(0,t) = \theta(L,t) = 0, \quad t\in(0,T)\\
\varphi(.,0) = \varphi_0, \quad \varphi_t(.,0) = \varphi_1, \quad em \quad (0,L)\\
\psi(.,0) = \psi_0, \quad \psi_t(.,0) = \psi_1, \quad em \quad (0,L)\\
w(.,0) = w_0, \quad w_t(.,0) = w_1, \quad em \quad (0,L)\\
\theta(.,0) = \theta_0, \quad em \quad (0,L).
\end{array}\right.
$$

O controle exato aproximado consiste em encontrar um espaço de Hilbert $\mathcal{H}$ tal que para cada dados inicial e final $(\varphi_0, \varphi_1, \psi_0, \psi_1, w_0, w_1, \theta_0), (\Phi_0, \Phi_1, \Psi_0, \Psi_1, W_0, W_1, \eta_0) \in \mathcal{H}$ e $\varepsilon > 0$, é possível encontrar controles f_1, f_2, f_3 tal que a solução de (1) satisfaça

$$
(2)\left\{\begin{array}{l}
\varphi(T) = \Phi_0, \quad \varphi_t(T) = \Phi_1\\
\psi(T) = \Psi_0, \quad \psi_t(T) = \Psi_1\\
w(T) = W_0, \quad w_t(T) = W_1\\
|\theta(T) - \eta_0|_{L^2(0,L)} \leq \varepsilon.
\end{array}\right.
$$

Para obter tal controle faremos como em [1] e [2]. Para obtermos o controle exato aproximado do sistema (1) seguiremos os seguintes passos: primeiro encontraremos uma estimativa de observabilidade para o sistema homogêneo (1), isto é, com $f_1 = f_2 = f_3 = 0$. Para obter tal estimativa de observabilidade usaremos uma desigualdade de observabilidade para o sistema desacoplado associado

$$(3)\quad \begin{cases} \rho_1\widetilde{\varphi}_{tt} - k(\widetilde{\varphi}_x + \widetilde{\psi} + l\widetilde{w})_x + k_0 l(\widetilde{w}_x - l\widetilde{\varphi}) = 0, \quad em \quad (0,L)\times(0,T) \\ \rho_2\widetilde{\psi}_{tt} - b\widetilde{\psi}_{xx} + k(\widetilde{\varphi}_x + \widetilde{\psi} + l\widetilde{w}) + \frac{m\gamma}{k_1}P\widetilde{\psi}_t = 0, \quad em \quad (0,L)\times(0,T) \\ \rho_1\widetilde{w}_{tt} - k_0(\widetilde{w}_x - l\widetilde{\varphi})_x + kl(\widetilde{\varphi}_x + \widetilde{\psi} + l\widetilde{w}) = 0, \quad em \quad (0,L)\times(0,T) \\ \widetilde{\theta}_t - k_1\widetilde{\theta}_{xx} + m\widetilde{\psi}_{xt} = 0, \quad em \quad (0,L)\times(0,T) \\ \widetilde{\varphi}(0,t) = \widetilde{\varphi}(L,t) = \widetilde{\psi}(0,t) = \widetilde{\psi}(L,t) = \widetilde{w}(0,t) = \widetilde{w}(L,t) = \widetilde{\theta}(0,t) = \\ \widetilde{\theta}(L,t) = 0, \quad t \in (0,T) \\ \widetilde{\varphi}(.,0) = \varphi_0, \quad \widetilde{\varphi}_t(.,0) = \varphi_1, \quad em \quad (0,L) \\ \widetilde{\psi}(.,0) = \psi_0, \quad \widetilde{\psi}_t(.,0) = \psi_1, \quad em \quad (0,L) \\ \widetilde{w}(.,0) = w_0, \quad \widetilde{w}_t(.,0) = w_1, \quad em \quad (0,L) \\ \widetilde{\theta}(.,0) = \theta_0, \quad em \quad (0,L) \end{cases}$$

onde

$$P\widetilde{\psi}_t = P\widetilde{\psi}_t - \frac{1}{L}\int_0^L P\widetilde{\psi}_t \, dx$$

e usaremos um teorema auxiliar que diz, para $S(t)$ e $S^0(t)$ os semigrupos fortemente contínuos em $\mathcal{H}$ associados aos sistemas homogêneos (1) e (3) respectivamente tem-se que $S(t) - S^0(t) : \mathcal{H} \to C([0,T];\mathcal{H})$ é contínuo e compacto. Finalmente para obter o controle exato aproximado do sistema não homogêneo (1) minimizaremos o funcional $J : \widetilde{H} \to \mathbb{R}$ definido da seguinte forma:

$$(4)\quad \begin{aligned} &J(u_0,u_1,v_0,v_1,z_0,z_1,p_0) = \frac{1}{2}\int_0^T\int_{l_1}^{l_2}(|u|^2+|v|^2+|z|^2)\,dx\,dt \\ &-\rho_1\int_0^L \Phi_1 u_0 dx - \rho_2\int_0^L \Psi_1 v_0 dx - \rho_1\int_0^L W_1 z_0 dx + \rho_1\langle\Phi_0,u_1\rangle + \rho_2\langle\Psi_0,v_1\rangle \\ &+\rho_1\langle W_0,z_1\rangle - \int_0^L(\eta_0 + m\Psi_x)p_0\,dx + \varepsilon\|p_0\|_{L^2(0,L)} \end{aligned}$$

onde

$\widetilde{H} = L^2(0,L)\times H^{-1}(0,L)\times L^2(0,L)\times H^{-1}(0,L)\times L^2(0,L)\times H^{-1}(0,L)\times L^2(0,L).$

Este trabalho foi realizado em colaboração com Juliano de Andrade aluno de Doutorado do PMA-UEM.

Referências

[1] E. Zuazua, *Controlability of the linear system of thermoelasticity*, Madrid, Spain, 28040 (1994).

[2] R. A. Schulz, *Controlabilidade exata interna do sistema de Bresse com coeficientes Variáveis e Estabilização do sistema de termodifusão com dissipações localizadas linear e não linear*, tese de Doutorado, Universidade Estadual de Maringá, Maringá (2014).

Universidade Estadual de Maringá

E-mail address: `jaspalomino@uem.br`