

ANÁLISE MULTIESCALA DE UM MODELO MATEMÁTICO PARA A DINÂMICA DO HIV

Nara Bobko

Universidade Tecnológica Federal do Paraná

E-mail: narabobko@gmail.com

Neste trabalho estudamos o sistema de equações diferenciais ordinárias abaixo, concebido para modelar a dinâmica do vírus da imunodeficiência humana, no interior do organismo hospedeiro.

$$\begin{cases} \dot{X} = \lambda - dX - X \sum_{i \in \mathcal{N}} \beta_i V_i \\ \dot{Y}_i = X \beta_i V_i - a_i Y_i - p_i Y_i Z_i \\ \dot{V}_i = k_i Y_i - u_i V_i \\ \dot{Z}_i = c_i Y_i Z_i - b_i Z_i \end{cases} \quad (1)$$

Neste sistema, X representa as células saudáveis, Y_i as células infectadas pela i -ésima estirpe, V_i os vírions da i -ésima estirpe e Z_i as células do sistema imunológico que estão combatendo a i -ésima estirpe. Podemos reescrever o Sistema (1) na forma:

$$\begin{cases} \dot{x} = 1 - x - x \sum_{i \in \mathcal{N}} v_i \\ \dot{y}_i = \gamma_i (x v_i - y_i - y_i z_i) \\ \varepsilon \dot{v}_i = \bar{\eta} (R_0^i y_i - v_i) \\ \dot{z}_i = \sigma_i (I_0^i y_i z_i - z_i) \end{cases} \quad (2)$$

Primeiramente, analisamos a influência da terapia antirretroviral na dinâmica à longo prazo, com base em propriedades de estabilidade desse modelo já conhecidas.

Em seguida, realizamos uma análise multi-escala através do teorema de Tikhonov, a fim de lidar com as duas distintas escalas de tempo presentes na dinâmica. Esta análise permite aproximar as soluções do Sistema (2) pelas soluções do Sistema (3) de dimensão menor.

$$\begin{cases} \dot{x} = 1 - x - x \sum_{i \in \mathcal{N}} R_0^i y_i \\ \dot{y}_i = \gamma_i (x R_0^i y_i - y_i - y_i z_i) \\ \dot{z}_i = \sigma_i (I_0^i y_i z_i - z_i) \end{cases} \quad (3)$$

Um dos aspectos relevantes da existência de uma dinâmica assintótica reduzida é a possibilidade de utilizar um sistema mais simples para simulações numéricas e previsões.

Referências

- [1] N Bobko and JP Zubelli. A singularly perturbed HIV model with treatment and antigenic variation. *Mathematical Biosciences and Engineering*, 12(1):1–21, 2015.
- [2] N Bobko. Modeling of Biophysical Phenomena: Multiscale Analysis, Parameter Estimation, and Point Pattern Analysis. *PhD thesis, IMPA*, 2015.
- [3] MO Souza and JP Zubelli. Global stability for a class of virus models with cytotoxic T lymphocyte immune response and antigenic variation. *Bull. Math. Biol.*, 73(3):609–625, 2011.
- [4] MA Nowak and CRM Bangham. Population dynamics of immune responses to persistent viruses. *Science*, 272(5258):74–79, 1996.
- [5] AN Tikhonov, AB Vasileva, and AG Sveshnikov. *Differential Equations*. Springer-Verlag Berlin, 1984.