

HIPOELITICIDADE GLOBAL PARA UMA SOMA DE OPERADORES (PSEUDO-)DIFERENCIAIS NO TORO

RAFAEL B. GONZALEZ

RESUMO

Apresentaremos resultados sobre a hipoeliticidade global de operadores da forma

$$L = D_t + \sum_{j=1}^N (a_j + ib_j)(t) P_j(D_{x_j}), \quad (t, x) \in \mathbb{T}^1 \times \mathbb{T}^N,$$

onde cada $P_j(D_{x_j})$ é homogêneo de grau $m_j \in \mathbb{R}$.

Denote por L_0 o operador do tipo acima cujos coeficientes são as médias das funções $a_j + ib_j$ e defina $\mathcal{M}_j(t, \xi_j) = (a_j + ib_j)(t)p(\xi_j)$.

As seguintes condições são suficientes para a hipoeliticidade global de L :

- i) L_0 é globalmente hipoelítico.
- ii) para cada par $j, k \in \{1, \dots, N\}$ ($j \neq k$) tal que $m_j > 0$ e $m_k > 0$, os conjuntos

$$\Upsilon_{r,s} \doteq \{\Im \mathcal{M}_j(\cdot, (-1)^r), \Im \mathcal{M}_k(\cdot, (-1)^s)\}, \quad r, s \in \{1, 2\},$$

são $\mathbb{R}$ -linearmente dependentes.

- iii) para cada $\xi_j \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$, a função $t \in \mathbb{T}^1 \rightarrow \Im \mathcal{M}_j(t, \xi_j)$ não muda de sinal se $m_j > 0$, $j = 1, \dots, N$.

Por outro lado, se L é globalmente hipoelítico, então as condições i) e iii) acima são necessárias para que L seja globalmente hipoelítico.

Ilustraremos com um exemplo que, em geral, a condição ii) não é necessária.

Por fim, apresentaremos uma classe de operadores para os quais ii) é necessária para a hipoeliticidade global. Tal classe inclui os campos vetoriais estudados em [2].

Este trabalho foi realizado em colaboração com F. Ávila, A. Kirilov e C. Medeira.

REFERÊNCIAS

- [1] A. P. BERGAMASCO, *Remarks about global analytic hypoellipticity*, Trans. Amer. Math. Soc, 351 , no. 10, 4113–4126 (1999).

- [2] A. P. BERGAMASCO, P. L. DATTORI DA SILVA AND R. B. GONZALEZ,
Existence and regularity of periodic solutions to certain first-order partial differential equations,
J. Fourier Analysis and Appl, 23, 65–90 (2017).
- [3] S. GREENFIELD AND N. R. WALLACH, *Global hypoellipticity and Liouville numbers*,
Proc. Amer. Math. Soc, 31.1, 112–114 (1972).
- [4] J. HOUNIE, *Globally hypoelliptic and globally solvable first-order evolution equations*,
Trans. Amer. Math. Soc, 252, 233–248 (1979).
- [5] M. RUZHANSKY, V. TURUNEN, *Pseudo-Differential Operators and Symmetries*,
Background Analysis and Advanced Topics, Series: Pseudo-Differential Operators, Vol 2, 724 (2010).

UFPR(PPGMA)

E-mail address: faelborro@gmail.com