

RESULTADOS SOBRE EXISTÊNCIA E UNICIDADE E TAXAS DE
 DECAIMENTO DE SOLUÇÕES PARA O PROBLEMA DE FLEXÃO
 ESTOCÁSTICA DA VIGA DE LEVINSON-BICKFORD

CLAUDIO ÁVILA

RESUMO

Nesta trabalho apresentam-se resultados sobre existência e unicidade de soluções para o problema de flexão de uma viga de Levinson-Bickford com incerteza sobre as propriedades elásticas do material da viga. A incerteza é modelada por um processo estocástico. O resultado obtido baseia-se em uma versão estocástica do lema de Lax-Milgram, [1]. O problema de flexão de vigas é definido pelas equações de movimento da viga de Levinson-Bickford, tais que as soluções, que consistem dos campos de deslocamentos transversais e angulares, dependem somente das variáveis espaciais, ou seja não apresentam dependência do tempo.

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Determinar } (w, \psi) : [0, l] \times (\Omega, \mathcal{F}, P) \longrightarrow \mathbb{R}^2, \text{ tal que} \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \psi \right) \right) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\beta \left(5 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 16 \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \right) = q; \\ - \frac{\partial}{\partial x} \left(\beta \left(16 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 68 \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \right) - \alpha \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \psi \right) = 0, \quad x \in (0, l) \times (\Omega, \mathcal{F}, P); \\ \text{sujeito a condições de contorno,} \\ w(0, \omega) = w(l, \omega) = 0; \\ \frac{\partial w}{\partial x}(0, \omega) = \frac{\partial w}{\partial x}(l, \omega) = 0; \\ \psi(0, \omega) = \psi(l, \omega) = 0, \quad \forall \omega \in (\Omega, \mathcal{F}, P). \end{array} \right.$$

Para obter a existência e unicidade de soluções fracas para o problema variacional abstrato, associado a Eq. (1), necessitam-se das seguintes hipóteses sobre os coeficientes elásticos da viga,

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha \in L^2(\Omega, \mathcal{F}, P; L^\infty(0, l) \cap H^1(0, l)); \\ \beta \in L^2(\Omega, \mathcal{F}, P; L^\infty(0, l) \cap H^2(0, l)). \end{array} \right.$$

Teorema (Existência e Unicidade de Soluções Fracas): Considere que os coeficientes atendam as hipóteses, Eq. (2), espaço de Hilbert, e $a : V \times V \longrightarrow$ forma bilinear, coerciva e contínua em V e $l : V \longrightarrow$ funcional linear, então $\exists!(w, \psi) \in V$ para o problema variacional.

Outro resultado importante refere-se a taxa de decaimento de soluções numéricas aproximadas:

Teorema (Taxa de Convergência das Soluções Numéricas Aproximadas): $\exists C_w = C_w(n)$, $C_\psi = C_\psi(n) > 0$, tal que os coeficientes de Fourier-Legendre podem ser estimados por,

$$\begin{cases} \|w - w_m\|_{L^\infty(\mathbb{R}^n, \mathcal{B}(\mathbb{R}^n), P_{\Xi}; H^2(0, l))} \leq_w \Gamma(n, m+1) \cdot e^{-\theta(\lambda_{m+1}) \cdot (m+1)}; \\ \|\psi - \psi_m\|_{L^\infty(\mathbb{R}^n, \mathcal{B}(\mathbb{R}^n), P_{\Xi}; H^2(0, l))} \leq_\psi \Gamma(n, m+1) \cdot e^{-\theta(\lambda_{m+1}) \cdot (m+1)}; \end{cases}$$

sendo que $\lambda_{m+1} \in \mathbb{N}^n$, tal que $\lambda_{m+1} = |\lambda| = m+1$

$$\begin{cases} C_w = \frac{C_w}{\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{n}{a} \cdot e^{-a} \right)^n; \\ C_\psi = \frac{C_\psi}{\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{n}{a} \cdot e^{-a} \right)^n; \\ \theta(\lambda) = \left| \log \left(\sum_{i=1}^n \left(\frac{\lambda_i}{|\lambda|} \right) \cdot r_i \right) \right|; \end{cases}$$

sendo $a = \log(2)$, $\{C_w, C_\psi\}$ constantes e $r_i \in (0, 1)$, $\forall i \in \{1, \dots, n\}$.

Este trabalho está sendo realizado com a orientação e colaboração do prof. Dr. Pedro D. Damázio.

REFERÊNCIAS

- [1] I., BABUSKA; P. CHATZIPANTELEDIS, *On solving elliptic stochastic partial differential equation*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 191, p. 4093-4122, 2002.

UFPR

E-mail address: avila@utfpr.edu.br