XI SIMPÓSIO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS - 2018
UFPR - UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PPGMA - PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

BOA COLOCAÇÃO PARA A EQUAÇÃO DE ONDAS LONGAS INTERMEDIÁRIAS REGULARIZADA (RILW)

JANAINA SCHOEFFEL

RESUMO

Apresentam-se neste trabalho os resultados obtidos em [3], que abordam os problemas de boa colocação local e global para a equação de ondas longas intermediárias regularizada (rILW)

$$\eta_t + \eta_x - \frac{3}{2}\alpha\eta\eta_x - \sqrt{\beta}\,\frac{\rho_2}{\rho_1}\mathcal{T}(\eta_{xt}) = 0,$$

nos espaços de Sobolev H^s, $s > \frac{1}{2}$. A equação rILW é um modelo não linear para a evolução de ondas na interface entre dois fluidos com densidades diferentes, onde $\eta(x,t)$ representa o reescalamento do deslocamento da interface. Ambos os fluidos são considerados invíscidos, imiscíveis, incompressíveis e irrotacionais. A espessura imperturbada da camada inferior (h_2) é comparável ao comprimento de onda característico da interface perturbada (L) e é muito maior que a espessura imperturbada da camada superior. Essa configuração corresponde ao regime de águas rasas para a camada superior e ao regime intermediário para a camada inferior. A versão não-regularizada da equação (ILW) foi primeiramente estudada por Joseph em [2].

O operador $\mathcal{T}$, conhecido como *transformada de Hilbert na faixa de espessura* $h = \frac{h_2}{L} > 0$, é definido no domínio da frequência por

$$\widehat{\mathcal{T}f}(k) = i\coth(hk)\widehat{f}(k), \qquad k \in \mathbb{R} \text{ (or } \mathbb{Z}), \ k \neq 0,$$

onde $\widehat{\ }$ indica a transformada de Fourier. As constantes positivas α e β que aparecem na equação são chamadas parâmetro não linear e parâmetro dispersivo, respectivamente.

Seguem abaixo os resultados obtidos para a boa colocação local e global, que são válidos tanto no domínio periódico quanto no não-periódico:

Teorema 1. *Sejam $s > \frac{1}{2}$ e $\phi \in H^s$, então existe $T = T(s, \|\phi\|_s) > 0$ tal que o problema de Cauchy não linear*

$$\begin{cases} \eta \in C([-T,T], H^s) \\ \eta_t + \eta_x - \dfrac{3}{2}\alpha\eta\eta_x - \sqrt{\beta}\,\dfrac{\rho_2}{\rho_1}\mathcal{T}(\eta_{xt}) = 0 \ \in \ H^s \\ \eta(0) = \phi \ \in H^s, \end{cases}$$

é localmente bem-posto.

A existência de solução local é demonstrada a partir do teorema do ponto fixo de Banach e de propriedades do operador $\mathcal{T}$ e do espaço de Sobolev considerado. A desigualdade de Gronwall garante a unicidade de solução e um argumento envolvendo o intervalo maximal de existência leva à continuidade da solução com relação aos dados inciais.

Teorema 2. *Sejam $s > \frac{1}{2}$ e $\phi \in H^s$, então o problema de Cauchy não linear*

$$\begin{cases} \eta \in C\left(\mathbb{R}, H^s\right) \\ \eta_t + \eta_x - \dfrac{3}{2}\alpha\eta\eta_x - \sqrt{\beta}\,\dfrac{\rho_2}{\rho_1}\mathcal{T}(\eta_{xt}) = 0 \;\in\; H^s \\ \eta(0) = \phi \;\in H^s, \end{cases}$$

é globalmente bem-posto.

A boa colocação global é obtida combinando o princípio da extensão com uma estimativa global a priori para as soluções locais na norma H^s. A desigualdade do tipo Brezis-Gallouet

$$\|\eta\|_\infty \leq C\left(1 + \sqrt{\log\left(1 + \|\eta\|_s\right)}\right)\|\eta\|_{\frac{1}{2}},$$

proposta por Angulo, Scialom e Banquet em [1], é essencial para a obtenção do resultado global.

Este trabalho foi realizado em colaboração com Ailin Ruiz de Zarate (UFPR), Higidio Portillo Oquendo (UFPR), Daniel G. Alfaro Vigo (UFRJ) e César J. Niche (UFRJ) .

Referências

[1] J. Angulo, M. Scialom e C. Banquet, *The regularized Benjamin-Ono and BBM equations: Well-posedness and nonlinear stability*, J. Differential Equations, 250, 4011–4036 (2011).

[2] R.I. Joseph, *Solitary waves in finite depth fluid*, J. Phys. A, 10, L225–L227 (1977).

[3] J. Schoeffel, A. Ruiz de Zarate, H. P. Oquendo, D. G. Alfaro Vigo, C. Niche, *Well-posedness for the regularized intermediate long-wave equation*, Commun. Math. Sci. Forthcoming 2018.

Universidade Federal do Paraná - Setor de Educação Profissional e Tecnológica
E-mail address: janainaschoeffel@ufpr.br