XI SIMPÓSIO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS - 2018
UFPR - UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PPGMA - PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

CONTROLABILIDADE EXATA-APROXIMADA PARA UM SISTEMA TERMOELÁSTICO

JUAN AMADEO SORIANO PALOMINO

Resumo

Sejam $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ aberto limitado com fronteira Γ de classe $\mathcal{C}^2$, ω um subconjunto não vazio e aberto de Ω e χ_ω a função característica de ω . Denotamos por $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ um ponto de Ω, t como a variável de tempo, $Q = \Omega \times (0, T)$ e $\Sigma \times (0, T)$. Os vetores de deslocamento são dados por $u = (u_1, u_2, ..., u_n), (u_i = u_i(x, t), i = 1, ..., n), w = (w_1, w_2, ..., w_n), (w_i = w_i(x, t), i = 1, ..., n)$ e os de temperatura, $\psi = \psi(x, t)$ e $\varphi = \varphi(x, t)$. O objetivo deste trabalho é obter a controlabilidade interna exata aproximada em ω para o sistema termoelástico:

$$
(1) \begin{cases}
\rho_1 u_{tt} - a_{11}\Delta u - a_{12}\Delta w + \alpha(u - w) + \beta_{11}\nabla\psi + \beta_{12}\nabla\varphi = f_1\chi_\omega & \text{em } Q, \\
\rho_2 w_{tt} - a_{21}\Delta u - a_{22}\Delta w - \alpha(u - w) + \beta_{21}\nabla\psi + \beta_{22}\nabla\varphi = f_2\chi_\omega & \text{em } Q, \\
b_{11}\psi_t + b_{12}\varphi_t - \beta_{11}\Delta\psi - \beta_{12}\Delta\varphi + a(\psi - \varphi) + \beta_{11}\mathrm{div}u_t + \beta_{12}\mathrm{div}w_t = 0 & \text{em } Q, \\
b_{21}\psi_t + b_{22}\varphi_t - \beta_{21}\Delta\psi - \beta_{22}\Delta\varphi + a(\psi - \varphi) + \beta_{21}\mathrm{div}u_t + \beta_{22}\mathrm{div}w_t = 0 & \text{em } Q, \\
u = w = \psi = \varphi = 0 \quad \text{em } \Sigma, \\
u(x, 0) = u^0(x), \quad u_t(x, 0) = u^1(x), \quad x \in \Omega, \\
w(x, 0) = w^0(x), \quad w_t(x, 0) = w^1(x), \quad x \in \Omega, \\
\psi(x, 0) = \psi^0(x), \quad \varphi(x, 0) = \varphi^0(x), \quad x \in \Omega.
\end{cases}
$$

A controlabilidade exata aproximada para o sistema (1) consiste em encontrar um espaço de Hilbert $\mathcal{H}$ tal que para cada dados inicial e final $(u^0, u^1, w^0, w^1, \psi^0, \varphi^0)$, $(\eta^0, \eta^1, \zeta^0, \zeta^1, \sigma^0, \varsigma^0) \in \mathcal{H}$ e $\varepsilon > 0$, é possível encontrar controles f_1, f_2 tal que a

solução de (1) satisfaça

$$(2)\begin{cases} u(T) = \eta^0, \quad u_t(T) = \eta^1 \\ w(T) = \zeta^0, \quad w_t(T) = \zeta^1 \\ |\psi(T) - \sigma^0|_{L^2(0,L)} \leq \varepsilon \\ |\psi(T) - \varsigma^0|_{L^2(0,L)} \leq \varepsilon. \end{cases}$$

Em outras palavras desejamos a controlabilidade exata no deslocamento e controlabilidade aproximada para a temperatura. Tal controlabilidade foi denominada em [2] como controlabilidade Exata-Aproximada. Para Obtermos tal controle adaptamos as ideias dadas em [2]. No entanto ao introduzirmos um sistema homogêneo desacoplado associado, precisamos das desigualdade de observabilidade para um sistema elástico e para um sistema elástico com potencial as quais abordaremos neste trabalho. Também, com o objetivo de obter um resultado semelhante ao obtido em [1] foram necessárias algumas hipótese sobre alguns dos coeficientes do sistema homogêneo (1) ($f_1 = f_2 = 0$).

Este trabalho foi realizado em colaboração com Gilson Tumelero aluno de Doutorado do PMA-UEM.

Referências

[1] D. HENRY, O. LOPES AND A. PERISSINITTO, *On the essential spectrum of a semigroup of thermoeslasticity*, Nonlinear Analisys 21 (1) pp 65-75 (1993).

[2] E. ZUAZUA, *Controllability of the Linear System of Thermoelasticity*. Journal de Mathématiques Pures et Appliqués 74(4). December, 1994.

Universidade Estadual de Maringá
E-mail address: jaspalomino@uem.br