

TÉCNICA DE DISCRETIZAÇÃO DE ALTA ORDEM ATRAVÉS DOS APROXIMANTES DE PADÉ

ELIAS BORGES DA SILVA

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo dos métodos numéricos de alta ordem multiestágios através dos aproximantes de Padé. O estudo ficou concentrado nos métodos implícitos de ordens dois e quatro. Na abordagem do método multiestágios utiliza-se a discretização na variável temporal. Foram realizados testes com a equação de Maxwell-Cattaneo. As soluções geradas foram comparadas com as suas respectivas soluções exatas e também com as soluções aproximadas de métodos tradicionais encontrados na literatura. Os resultados obtidos com os testes mostraram ser satisfatórios em relação à ordem de convergência quando utilizado os métodos multiestágios com aproximantes de Padé.

ABSTRACT

This work presents a study about the numerical methods of high order, through the approximations of Padé. The study focused on the implicit methods of orders two and four. In the multistage approach, the discretization in the time variable is used. Tests were performed with the Maxwell-Cattaneo equation. The generated solutions were compared with their respective exact solutions and also with the approximate solutions of traditional methods found in the literature. The results obtained with the tests showed to be satisfactory in relation to the order of convergence when using multistage methods with Padé approximations.

TÉCNICA DE DISCRETIZAÇÃO

O objetivo do trabalho encontra-se em obter a discretização da equação de Maxwell-Cattaneo pelo método de alta ordem de múltiplos estágios através dos aproximantes de Padé, no contexto de diferenças finitas e encontrar uma solução numérica. Como essa equação não possui uma solução analítica, a solução encontrada será comparada a outros trabalhos que resolveram a equação utilizando métodos numéricos diferentes.

A técnica multiestágios é uma das muitas técnicas utilizadas no processo de discretização, decorrente da resolução de uma equação diferencial de forma numérica. A abordagem desta é dividida em dois tipos, o método multiestágio explícito, caso que ocorre quando considerado os aproximantes de Padé $R_{n,0}$ e o método multiestágio implícito quando utilizado os aproximantes de Padé $R_{n,m}$ com $m \neq 0$. O foco do trabalho será no método implícito.

A ideia da técnica consiste em aproximar um estágio/passo no tempo pelo estágio anterior por uma série de Taylor, fazendo uma fatoração de tal forma a evitar derivadas de segunda ordem ou ordens superiores. Mostra-se que essa ideia é equivalente a fazer subdivisões dos passos no tempo. Nos métodos de segunda ordem, será inserido um nó entre cada estágio de tempo. Assim, cada passo de tempo será subdividido em dois novos estágios. Da mesma forma, para os métodos de quarta ordem, cada estágio de tempo será subdividido em quatro novos estágios.

RESULTADOS TEÓRICOS

A equação de Maxwell-Cattaneo surgiu da necessidade de validar a teoria desenvolvida para os estágios envolvendo a derivada segunda no tempo para $R_{1,1}$ e $R_{2,2}$. Durante pesquisas pelo vasto material envolvendo aproximantes de Padé não foi encontrada na literatura abordagem com o termo envolvendo a derivada segunda no tempo. Este fato motivou a utilização dessa equação.

Por ser conhecida a região de estabilidade do método explícito, fez-se testes quantitativos da região de estabilidade do método multiestágios com aproximantes de Padé e foram comparados com o método explícito.

Verificou-se nos testes realizados que a região de estabilidade dos métodos multiestágios com aproximantes de Padé são maiores do que a região de estabilidade do método explícito, para a equação de Maxwell-Cattaneo. Ainda, com a região do método implícito $R_{2,2}$ maior do que a região do método implícito $R_{1,1}$.

Concluiu-se que os métodos multiestágios com aproximantes de Padé, quando aplicado à equação de Maxwell-Cattaneo, possuem uma região de estabilidade maior do que o método explícito.

Este trabalho foi realizado em colaboração com a professora Doutora Neyva Maria Lopes Romeiro da Universidade Estadual de Londrina.

REFERÊNCIAS

- [1] J. DONEA, B. ROIG AND A. HUERTA, *High-order accurate time-stepping schemes for convection-diffusion problems*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, volume 182 (2000), 249-275.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Email address: eliasborgesdasilva@hotmail.com